

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Кафедра математики и анализа данных
Факультет информационных технологий и анализа больших данных**

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью
Организация: Финансовый университет при Правительстве РФ
Утверждено: Проректор по учебной и методической работе Е.А. Каменева
Сертификат: JyFeVncZDv7PsSxUF9zMUJMzz3wwvzff
Дата: 03.10.2025 г.

И.А. Александрова

Дифференциальные уравнения

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки:

02.03.01 - Математика и компьютерные науки,

Образовательная программа «Цифровая аналитика и математическая оценка
рисков»

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 03 от 16.12.2025 г.)*

Одобрено

*Кафедра математики и анализа данных
(протокол № 18 от 08.12.2025 г.)*

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Наименование дисциплины	3
2.	Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	3
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
4.	Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	4
5.	Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	5
5.1.	Содержание дисциплины	5
5.2.	Учебно-тематический план	7
5.3.	Содержание семинаров	8
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	10
6.1.	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	10
6.2.	Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	11
7.	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	12
8.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	16
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	16
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	17
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем	18
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	18

1. Наименование дисциплины

«Дифференциальные уравнения».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	1. Владеет фундаментальными знаниями в области математики.	знать: Основные понятия, типы дифференциальных уравнений уметь: Определять типы дифференциальных уравнений
		2. Применяет теоретические знания для выбора оптимальных методов решения поставленных профессиональных задач.	знать: Методы решения дифференциальных уравнений уметь: Строить математические модели, используя теорию дифференциальных уравнений
		Применяет математические методы для решения прикладных математических и технических задач.	знать: Методы решения дифференциальных уравнений, применяемых в прикладных математических и технических задачах. уметь: Применять методы дифференциальных уравнений для решения прикладных математических и технических задач.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к «Циклу математики и информатики».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 3 (в часах)
Общая трудоёмкость дисциплины	3/108	108
Контактная работа- Аудиторные занятия	50	50
Лекции	16	16
Семинары, практические занятия	34	34
Самостоятельная работа	58	58
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, их решения. Нормальная форма уравнения первого порядка. Поле направлений, интегральные кривые.

Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения. Общее и частное решения уравнения. Общий интеграл. Особые решения.

Уравнения с разделяющимися переменными и сводящиеся к ним; линейные уравнения и сводящиеся к ним; уравнения Бернулли, уравнения Риккати; однородные уравнения и сводящиеся к ним; уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель для уравнения в симметричной форме.

Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной.

Тема 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков

Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Нормальная форма уравнения n -го порядка. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения n -го порядка в нормальной форме. Общее и частное решения.

Уравнения, допускающие понижение порядка: не содержащие явно искомой функции или независимой переменной; однородные уравнения.

Линейные уравнения. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n -го порядка.

Линейно зависимые и линейно независимые системы функций. Определитель Вронского. Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейного однородного уравнения

Фундаментальная система решений (ФСР) для линейного однородного уравнения. Теорема о существовании ФСР. Теорема о представлении общего решения линейного однородного уравнения. Пространство решений линейного однородного уравнения.

Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Построение частного решения методом вариации постоянных.

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений линейного однородного уравнения. Построение частного решения неоднородного уравнения методом неопределенных коэффициентов.

Модель Самуэльсона-Хикса.

Тема 3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Системы уравнений в нормальной форме. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения.

Линейные системы. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейной системы.

Фундаментальная система решений (ФСР) для системы линейных уравнений. Теорема о существовании ФСР. Теорема о представлении общего решения линейной однородной системы. Пространство решений линейной однородной системы.

Структура общего решения линейной неоднородной системы. Построение частного решения методом вариации постоянных.

Линейные системы с постоянными коэффициентами. Однородные системы. Характеристическое уравнение. Общее решение однородной системы. Построение частного решения неоднородной системы методом неопределенных коэффициентов.

Тема 4. Разностные уравнения

Порядок уравнения. Задача Коши.

Линейные разностные уравнения. Фундаментальная система решений. Определитель Казоратти. Структура общего решения. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.

5.2. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем(разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя тельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практическ ие занятия	
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	42	22	6	16	20
2	Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков	30	12	4	8	18
3	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	20	10	4	6	10
4	Разностные уравнения	16	6	2	4	10
	Итого	108	50	16	34	58

5.3. Содержание семинаров

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения сводящиеся к ним. Линейные уравнения и уравнения, сводящиеся к линейным. Уравнения Бернулли и Уравнения Риккати. Однородные уравнения и сводящиеся к ним уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков	Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения 2-го порядка: однородные и неоднородные. Линейные уравнения высших порядков.	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Сведение системы дифференциальных уравнений к одному уравнению. Однородные системы дифференциальных уравнений. Случай простых собственных значений. Случай кратных собственных значений. Неоднородные системы дифференциальных уравнений. Построение частного решения неоднородной системы методом неопределенных коэффициентов.	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Разностные уравнения	Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и

		коллективное обсуждение решений
--	--	------------------------------------

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	Уравнение Риккати. Интегрирующий множитель для линейного уравнения.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n -го порядка.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейной системы.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Разностные уравнения	Фундаментальная система решений разностного уравнения.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные задания контрольной работы

Решить дифференциальные уравнения: 5. 6. Решить систему дифференциальных уравнений

$$y'' + 4y = 2t \operatorname{tg} x$$

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y + 4e^{-2t} \\ \dot{y} = 2x - 2y - 2t \end{cases}$$

Дополнительная информация

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Кафедры математики и анализа данных.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. *Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

1) 1. Владеет фундаментальными знаниями в области математики.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Основные понятия, типы дифференциальных уравнений

Уметь: Определять типы дифференциальных уравнений

Типовые контрольные задания

1. Дать определение дифференциального уравнения первого порядка в полных дифференциалах
2. Определить тип дифференциального уравнения .

$$y' + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x} \ln x$$

2) 2. Применяет теоретические знания для выбора оптимальных методов решения поставленных профессиональных задач.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Методы решения дифференциальных уравнений

Уметь: Строить математические модели, используя теорию дифференциальных уравнений

Типовые контрольные задания

1. Описать методы решения дифференциальных уравнений
2. Описать модель Самуэльсона-Хикса. Вывести уравнение Хикса.

3) Применяет математические методы для решения прикладных математических и технических задач.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Методы решения дифференциальных уравнений, применяемых в прикладных математических и технических задачах.

Уметь: Применять методы дифференциальных уравнений для решения прикладных математических и технических задач.

Типовые контрольные задания

1. Решить дифференциальное уравнение

$$y' = \frac{y-6x-5y}{y+4}$$

2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x' = 3x + 2y + 4e^{5t} \\ y' = x + 2y \end{cases}$$

Примеры практико-ориентированных заданий

1. Найти функцию, имеющую постоянную эластичность, равную k .
2. Пусть F -номинальная стоимость купонной облигации, K - величина купона, $P(n)$ -текущая стоимость облигации в конце n -го купонного периода, k -число купонных периодов, r -процентная ставка за один купонный период, выраженная в частях. Предполагается, что она неизменна в течении всего обращения облигации. $P(k)=F$; $P(n+1)+K=(1+r)P(n)$ Определить текущую стоимость купонной облигации.

3. Описать модель Самуэльсона-Хикса. Вывести уравнение Хикса и определить виды динамики.

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Определение дифференциального уравнения первого порядка. Нормальная форма уравнения первого порядка.
2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши ДУ первого порядка.
3. Общее и частное решения уравнения ДУ первого порядка. Особые решения.
4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и сводящиеся к ним.
5. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения Риккати.
7. Уравнение в полных дифференциалах.
8. Интегрирующий множитель для решения дифференциальных уравнений.
9. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и сводящиеся к ним.
10. Определение дифференциального уравнения n -го порядка. Нормальная форма уравнения n -го порядка.
11. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения n -го порядка в нормальной форме.
12. Линейные уравнения. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n -го порядка.
13. Определитель Вронского.
14. Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейного однородного уравнения n -го порядка.
15. Теорема о существовании ФСР для линейного однородного уравнения n -го порядка.
16. Теорема о представлении общего решения линейного однородного уравнения n -го порядка. Пространство решений линейного однородного уравнения.

17. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме.
18. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
19. Линейные системы. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейной системы.
20. Линейно зависимые и линейно независимые системы вектор-функций.
21. Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейной однородной системы.
22. Фундаментальная система решений (ФСР) для системы линейных уравнений. Теорема о существовании ФСР.
23. Теорема о представлении общего решения линейной однородной системы. Пространство решений линейной однородной системы .
24. Фундаментальная система решений линейных разностных уравнений.
25. Определитель Казоратти.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Королев, Алексей Васильевич Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. Электрон. дан. Москва : Юрайт, 2025 280 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/561221> (дата обращения: 01.09.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз. пользователей <https://urait.ru/bcode/561221> ISBN 978-5-9916-9896-2 : 1429.00. [БИК ID: RU2fURAIT2f561221]

Дополнительная литература:

1. Лелявин, С.Н. Дифференциальные и разностные уравнения : Учебное пособие / С.Н. Лелявин Электрон. дан. Москва : Русайнс, 2024 96 с. Режим доступа: book.ru Internet access <https://book.ru/book/953726> ISBN 978-5-466-06620-3. [БИК ID: RU\bookru\bibl\953726]

2. Жукова, Галина Севастьяновна Дифференциальные уравнения : Учебник / Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации 1 Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2020 504 с. (Высшее образование: Бакалавриат (Финуниверситет)) ВО - Бакалавриат <https://znanium.com/catalog/document?id=356977> ISBN 978-5-16-015970-6 ISBN 978-5-16-108354-3 (электр. издание) . [БИК ID: RU\infra-m\znanium\bibl\1072180]

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)

2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

3. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека ОНЛАЙН" <http://biblioclub.ru/>

4. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>

5. Электронно-библиотечная система издательства "Лань" <https://e.lanbook.com/>

6. •Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит как в аудитории, так и вне аудитории. В учебно-тематическом плане программы дисциплины указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

При подготовке к лекции целесообразно предварительно познакомиться с ее содержанием по рекомендованным пособиям и выделить наиболее трудные вопросы, которые можно задать преподавателю во время лекции. Лекцию следует конспектировать. После занятий следует еще раз детально проработать содержание лекции. Сделанные записи нужно сверить с учебниками и учебными пособиями и в случае расхождений проконсультироваться с преподавателем.

Методические указания по проведению практических занятий

По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные.

● Учебные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проверка наличия качественно выполненного домашнего задания каждого студента;
- 2) разбор типичных ошибок, возникших в проделанной самостоятельно домашней работе;
- 3) рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;
- 4) разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
- 5) корректировка заданий для самостоятельной работы студентов;
- 6) интерактивная форма – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) – представляет собой решение списка задач, определенных преподавателем, в группе из небольшого количества студентов. В каждой группе есть «сильный» студент, который может выполнять функции консультанта и помощника преподавателю. Работа группы оценивается по количеству правильно решенных задач.

● Контрольные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проведение аудиторной контрольной работы;
- 2) проверка наличия контрольной работы каждого студента;
- 3) разбор типичных ошибок, возникших при выполнении контрольной работы.

При подготовке к практическому занятию необходимо повторить или, если это требуется, изучить соответствующий теоретический материал. Во время занятия нужно точно записывать формулировки решаемых задач, вопросы, указания преподавателя к решению и разбираемые решения. После занятий необходимо просмотреть записанные решения и восстановить в решениях имеющиеся пробелы. В случае затруднений отметить соответствующие задания и обратиться за консультацией к преподавателю.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Office (Windows)

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации:

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Учебная аудитория** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и

промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)

2. Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде Университета.

3. Библиотека, читальный зал